Cuadernos de Economía. Vol. 18 1-18 1990.

Concentración de los ingresos más elevados en España

Joan Baró Llinàs
Departamento de Derecho Público y Disciplinas Sociales
Facultat Dret - Empresarials
Universitat de Barcelona
Apt. Correus, 471 - 25080 Lleida

Elisabeth Torrelles Puig
Departamento de Econometría, Estadística y Economía Española
Escola d'Empresarials
Universidad de Barcelona
Avgda. Diagonal, 696 - 08034 Barcelona

Concentración de los ingresos más elevados en España

RESUMEN

Con la distribución decílica de los ingresos disponibles por familia en España durante los años 1964, 1967, 1970, 1974, 1981 y 1987; se mide el índice de concentración de las rentas superiores, previo ajuste a la curva de Kakwani y truncamiento en puntos notables Me, Q_3, m, 2m y M1, dando lectura a los resultados. Se complementa el trabajo con la razón entre los ingresos medios de aquellos grupos y los de toda la población, cuestión que facilita el análisis de la evolución de la desigualdad en España desde los años 60 hasta la actualidad y se aporta información para un tratamiento completo de la concentración.

Concentration of the Higuer Income in Spain

ABSTRACT

We have measured the index concentration for the higher income, from decilic distribution of the disposable income in Spain in the years 1964, 1967, 1970, 1974, 1981 and 1987 prior fitting to Kawkani's courbe and truncation in some noteworthy points: Me, Q_3, m 2m and M1. We have completed the analysis with the ratio between average income of those groups and the income of total poblation. So it's easy to analyze Spain inequality evolution since year's 1960 until the present. We also include information to perform an entire study of the concentration.

Concentración de los ingresos más elevados en España

I. Introducción

Contestar preguntas como ¿mejoró la distribución de la renta después de los planes de "desarrollo"?, ¿Hasta qué punto la crisis energética, las tasas de inflación y la aparición del problema del paro en la segunda mitad de los setenta incidieron en el reparto de los ingresos?, ¿se puede hablar de justicia distributiva como objetivo económico o social de la política del gobierno PSOE?, son cuestiones que a menudo tienen rápida respuesta, pero las más de las veces, por intuición y sin datos puntuales que lo corroboren.

Aquí no vamos a responder estas preguntas y mucho menos buscar relaciones causa-efecto, tan difíciles de precisar y a la vez tan necesarias en los análisis económicos. Vamos a limitarnos a medir el grado de concentración de las rentas en España, información sin la cual no es posible abordar cualquier tema relativo a la distribución personal de los ingresos.

Tampoco abarcaremos la totalidad de familias sino tan sólo aquellas cuyos ingresos superan determinados niveles de renta que prefijamos, esto es con truncamiento por la izquierda en puntos notables de la distribución: Me, Q_3, m, 2m y M1, consideraremos la cola derecha del reparto; de este modo se medirá la razón de concentración de Gini de las familias con mayor ingreso disponible durante los años 1964, 1967, 1970, 1974, 1981 y 1987.

Sin pretensión de continuidad y para el 100% de las familias españolas, basten las referencias de Alcaide (1990) y de Baró (1990) cuyos cálculos del índice de concentración en los años considerados resumimos a continuación[1].

1. En J. Baró (1990) se razona la diferencia entre las dos series del índice.

ÍNDICE DE CONCENTRACIÓN DEL 100% DE LAS RENTAS DISPONIBLES[2]

	1964	1967	1970	1974	1981	1987
ALCAIDE	0.421	0.463[3]	0.457	0.446	0.363	0.353
BARO	0.4397	0.4834	0.4788	0.4666	0.3735	0.3632

II. Modelo de Pareto para el 50% de las familias

Es sabido que la distribución de Pareto se adapta a la cola superior de distribución empírica de muchas variables económicas indicativas de tamaño; tal es el caso de las rentas en España como se ha puesto de manifiesto en diversos estudios, que aún coincidiendo en un mismo año de referencia no siempre son coincidentes en sus resultados, cuestión que en parte es imputable a la cota inferior a partir de la cual se efectua el ajuste.

En nuestro caso vamos a manejar la distribución decílica de los ingresos familiares disponibles que proporcionan A. Alcaide y J. Alcaide fruto de correcciones de las Encuestas de Presupuestos Familiares del INE que han venido presentando en distintos trabajos y que se encuentran resumidas en J. Alcaide (1990).

DISTRIBUCIÓN DECÍLICA DE LOS INGRESOS POR HOGAR EN ESPAÑA DURANTE LOS AÑOS 1964, 1967, 1970, 1974, 1981, 1987

DECIL	1964	1967	1970	1974	1981	1987
1	1.43	1.33	1.44	1.76	2.41	2.64
2	3.31	3.03	3.13	3.18	3.98	4.21
3	4.66	4.20	4.31	4.47	5.20	5.33
4	6.12	5.52	5.29	5.11	6.31	6.45
5	7.23	6.64	6.42	6.34	7.48	7.45
6	8.46	7.73	7.90	8.04	8.80	8.63
7	9.18	8.39	8.59	9.06	10.01	10.08
8	10.35	9.72	9.90	10.09	11.53	11.46
9	12.41	12.12	12.26	12.28	15.05	14.90
10	36.85	41.32	40.76	39.57	29.23	28.85

2. En J. Alcaide (1990) se calcula el índice de Gini correspondiente a 1986 igual a 0.356.
3. Utilizando la metodología de J. Alcaide y A. Alcaide el índice de 1967 debería ser 0.4608.

Obviamente el límite inferior a partir del cual hemos de encontrar una adherencia óptima a la ley de Pareto es distinto según el período de análisis, que bien podría coincidir con la moda de cada año o cualquier otro nivel de renta superior. Con la intención de conseguir homogeneidad para el análisis que se deriva de estos seis años, hemos optado por un truncamiento común en la mediana, cuestión que facilitará comparaciones de las colas superiores de las distribuciones de los ingresos familiares para la mitad de la población con mayor nivel de renta.

Tal como hemos presentado los datos empíricos no estamos en condiciones de ajustar directamente a la función de densidad o función de distribución, nótese que no es posible estimar la mediana que es al cota que determina el dominio de la variable.

Con $\xi_T = \xi / \xi > Me$, la opción es estimar la curva de concentración $q_\xi(x) = \Phi[F_\xi(x_T)]$ asociada al modelo de Pareto, de modo que con

$$F_{\xi T}(x) \quad \begin{matrix} 0 \quad \text{si} \leq Me \\ 1 - [Me/x]^{\alpha} \text{ si } x > Me \end{matrix} \qquad q_{\xi T} \quad \begin{matrix} 0 \quad \text{si} \leq Me \\ 1 - [Me/x]^{\alpha-1} \text{ si } x > Me \end{matrix}$$

fácilmente se obtiene:

$$q_{\xi T}(x) = 1 - [1 - F_{\xi T}(x)]^{\alpha-1/\alpha}$$

donde, en una distribución ordenada de rentas y en relación al 50% de familias que más ingresos tienen, $F_{\xi T}(x)$ corresponde a la proporción acumulada de familias y $q_{\xi T}(x)$ a la proporción acumulada de ingresos, en ambos casos hasta un cierto nivel x que siempre es superior a Me.

La acumulación de la distribución decílica permite encontrar los valores empíricos de F_T y q_T

$$F_T = \frac{F - F\,(Me)}{1 - F\,(Me)} = 2\,F - 1 \qquad q_T = \frac{q - q\,(Me)}{1 - q\,(Me)}$$

siendo q(Me) la masa relativa de ingresos poseida por la mitad inferior de las familias, en cada año considerado.

FRACCIÓN DE RENTA DISPONIBLE CORRESPONDIENTE AL 50% DE LAS FAMILIAS CON MENOS INGRESOS

	1964	1967	1970	1974	1981	1987
q(Me)	0.2275	0.2072	0.2059	0.2086	0.2538	0.2608

Con los datos acumulados de renta q_T y población F_T estimamos la curva de concentración que corresponde al modelo de Pareto:

$$q_{\xi T}(x) = 1 - [1-F_{\xi T}(x)]^k, \qquad \text{con} \qquad k = \frac{\alpha - 1}{\alpha}$$

ESTIMACIONES DE k EN EL MODELO DE PARETO

1964	1967	1970	1974	1981	1987
0.4714	0.4141	0.4239	0.4399	0.5783	0.5805

A partir de estos cálculos estamos en condiciones de estimar el coeficiente α de la ley de Pareto para la mitad superior de las rentas en España

$$\alpha = \frac{1}{1 - k}$$

parámetro para el que caben distintas lecturas, como por ejemplo la elasticidad, en términos absolutos de la función que relaciona la proporción de familias que supera determinado nivel de ingresos:

$$1 - F_{\xi T}(x) = [x/Me]^{-\alpha}$$

siendo ahora

$$\alpha = \left| \frac{d \ln [1 - F_{\xi T}(x)]}{d \ln [x/Me]} \right|$$

asímismo cabe interpretarlo como cociente entre el nivel medio de ingresos de la población considerada $m_T = E[\xi/\xi > Me]$ y la distancia que separa aquella media truncada del mínimo de renta considerado: m_T - Me

$$\alpha = \frac{m_T}{m_T - Me}$$

cuestión a la que fácilmente se llega si tenemos en cuenta que en el modelo de Pareto

$$E\,[\xi/\xi > Me] = \frac{\alpha\, Me}{\alpha - 1}$$

Las estimaciones de α a partir de la curva de concentración del 50% de las familias españolas en los distintos años ha sido

COEFICIENTE α DE LA COLA SUPERIOR DE LOS INGRESOS

1964	1967	1970	1974	1981	1987
1.891625	1.706862	1.735837	1.785333	2.371120	2.383907

El cálculo del índice de Gini que corresponde a la distribución truncada viene dado por

$$g_{T\,(\text{Pareto})} = 1 - 2\,E\,[q_{\xi T}(x)] = \frac{1 - k}{1 + k} = \frac{1}{2\alpha - 1}$$

donde fácilmente se deduce que, con $\alpha > 1$, mayores valores del coeficiente α se asocian con mayor concentración en el reparto de los ingresos. Su estimación para el caso español en los distintos años considerados es

ÍNDICE DE GINI PARA EL 50% DE LAS FAMILIAS (MODELO DE PARETO)

1964	1967	1970	1974	1981	1987
0.3593	0.4143	0.4046	0.3890	0.2672	0.2654

serie de estimaciones coherente con la presentada para el coeficiente α, cuya lectura económica no vamos a abordar con detalle; nos limitamos a destacar los altos índices de concentración en España durante los años de la planificación económica, con especial atención a los años 1967 y 1970 en los que no se logran mayores cotas de equidad pese a la euforia del crecimiento económico, antes al contrario. Hay que esperar a los datos de los años 80 para confirmar una distribución más igualataria de las rentas, con coeficientes sensiblemente más bajos que en los años 60 y 70, y en cualquier caso similares para 1981 y 1987.

III. MODELO DE KAKWANI TRUNCADO PARA EL 50% DE LAS FAMILIAS

En el reciente trabajo ya citado[4] hemos presentado la estimación de la curva de concentración de todos los Ingresos en España a partir del ajuste al modelo de N.C. Kakwani (1980):

$$q_\xi(x) = F_\xi(x) - A.F^\alpha{}_\xi(x).[1-F_\xi(x)]^\beta$$

ESTIMACIONES DE A, α Y β EN EL MODELO DE KAKWANI

	1964	1967	1970	1974	1981	1987
A	0.602281	0.640549	0.650213	0.660412	0.645596	0.620720
α	0.820264	0.846606	0.859947	0.882091	0.904269	0.903374
β	0.324340	0.279939	0.293658	0.316953	0.485706	0.475573

siendo ahora posible deducir el índice de Gini para la cola superior de los ingresos a partir de la mediana

$$g_{T\,(Kakwani)} = \frac{4\,A\,[B\,(\alpha+1, \beta+1) - B\,(0.5; \alpha+1; \beta+1)] - [0.5-q_\xi(Me)]}{1 - q_\xi(Me)}$$

4. J. Baró (1990).

ÍNDICE DE GINI PARA EL 50% DE LAS FAMILIAS (TRUNCAMIENTO EN EL MODELO DE KAKWANI)

1964	1967	1970	1974	1981	1987
0.3597	0.4144	0.4078	0.3943	0.2723	0.2709

Las desviaciones de las estimaciones de g_T entre ambos modelos, al margen de la distinta especificación de la curva de concentración, hay que buscarlas en el hecho que mientras en el ajuste a la curva de Pareto sólo se recogía la mitad de la distribución, el ajuste a la función de Kakwani era de toda la población y sólo después se hizo un truncamiento que respetaba los parámetros previamente estimados. En cualquier caso son desviaciones mínimas las que separan ambas estimaciones, que por lo demás son concordantes en una ordenación por años.

IV. CÁLCULO EMPÍRICO PARA EL 50% DE LAS FAMILIAS

Si hubieramos calculado con los datos empíricos el índice de Gini de la mitad superior de las familias, los resultados notoriamente distintos hubieran mantenido aquella concordancia. Así de la expresión general del índice de concentración:

$$g = 1 - \sum_{i=1}^{k} (F_i - F_{i-1})(q_i - q_{i-1})$$

con las cinco fracciones, a partir de Me, con igual masa de probabilidad $F_i - F_{i-1} = 0.2$, resultará un índice para el 50% de las familias con mayores ingresos:

$$g_{T(\text{Empírico})} = 1 - 0.2 \sum_{i=1}^{5} (q_{Ti} + q_{Ti-1})$$

que con el truncamiento previo de la distribución decílica de Alcaide nos proporciona

ÍNDICE DE GINI PARA EL 50% DE LAS FAMILIAS (DISTRIBUCIÓN EMPÍRICA)

1964	1967	1970	1974	1981	1987
0.3104	0.3578	0.3496	0.3360	0.2460	0.2450

Pese a mantener una misma ordenación por años los resultados, como ya se apuntaba, presentan notorias diferencias con los estimados vía ajuste, cuestión que cabía esperar puesto que los calculados directamente en la distribución empírica sólo recogen una parte de la concentración, la que hay entre cada una de las cinco fracciones en que hemos dividido la población y no la existente dentro de cada uno de estos grupos, efectivamente en cada estrato delimitado por dos cuantiles consecutivos hay un cierto grado de concentración que se omite con el cálculo empírico y no así con el ajuste a una función contínua.

En J. Baró (1989) proponemos la descomposición del índice de Gini en k grupos determinados por los umbrales $w_1, w_2, ..., w_k = \max_{\xi}$

$$g = \underbrace{\sum_{i=1}^{k} [q(w_i) - q(w_{i-1})]\,[F(w_i) - F(w_{i-1})]\,g_i}_{A} + \underbrace{1 - \sum_{i=1}^{k} [q(w_i) + q(w_{i-1})]\,[F(w_i) - F(w_{i-1})]}_{B}$$

expresión que con otra nomenclatura coincide con la propuesta por F. Mehran (1975) para subpoblaciones excluyentes.

El cálculo desde la distribución empírica del índice de Gini coincide con la parte B del desarrollo y constituye una aproximación por defecto del grado de concentración. El desarrollo de los sumandos de A, es lo que en términos de D. Zagier (1983) correspondería a la concentración imputable dentro de los grupos; en nuestro caso son cinco los grupos con la misma masa de probabilidad $F_T(w_i) - F_T(w_i) = 0.2$, por lo que la expresión de g podría presentarse en términos de distribución de frecuencias a partir del truncamiento en Me.

$$g = 0.2\,\Sigma\,[q_{Ti} - q_{Ti-1}]\,g_i + g_{T\,(EMPIRICO)}$$

V. MODELO DE KAKWANI CON TRUNCAMIENTO EN OTROS PUNTOS NOTABLES

En un intento de ampliar la gama de resultados que presenta el índice de concentración con estratos distintos al 50% de familias con mayor nivel de ingresos, nos referimos de nuevo a las estimaciones del modelo de Kakwani con truncamiento en otros puntos notables de la distribución y fórmula para el cálculo

$$g_T : g(\xi/\xi > w) = \frac{1}{1 - q_\xi(w)} \left\{ \frac{2A}{1 - F_\xi(w)} \left(B\,[\alpha+1, \beta+1] - B\,[F_\xi(w); \alpha+1; \beta+1]\right) - \left(F_\xi(w) - q_\xi(w)\right)\right\}$$

que no es más que una adaptación del truncamiento bilateral presentado por Baró (1990) a la cola superior del reparto en distintos umbrales w considerados.

CONCENTRACIÓN DE LAS RENTAS SUPERIORES AL TERCER CUARTIL (TRUNCAMIENTO EN EL MODELO DE KAKWANI)

	1964	1967	1970	1974	1981	1987
$1 - F_\xi(Q_3)$	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
$1 - q_\xi(Q_3)$	0.5534	0.5906	0.5879	0.5802	0.5038	0.4976
$g(\xi/\xi < Q_3)$	0.3755	0.4342	0.4234	0.4036	0.2560	0.2681

Notemos, en relación a este grupo de población con mayores ingresos que una de cada cuatro familias se reparten cerca de 2 o más pesetas de cada cuatro, con desigual asignación según el año de referencia.

En relación a estimaciones anteriores el índice de Gini revela un cambio de posición para los dos últimos años considerados siendo poco significativa la diferencia pero, en cualquier caso menor la concentración de 1981 que no la de 1987 por lo que hace al 25% de las familias con mayores ingresos disponibles. Cabe también reseñar en estos dos años menor índice de concentración a partir del tercer cuartil que no desde la Mediana, cuestión opuesta a la de los años 1964, 1967, 1970 y 1974, en los que la desigualdad que existe entre la mitad superior de la población siempre es menor que la existente en la cuarta parte del reparto.

También es posible censurar los datos a partir de su valor medio, que aún siendo desconocido con la información decílica que manejamos, nos permite deducir $F_\xi(m)$ y $q_\xi(m)$ desde el ajuste a la función de Kakwani; efectivamente sabiendo que la pendiente de la curva de concentración es

$$\frac{dq_\xi(x)}{dF_\xi(x)} = \frac{x}{m}$$

para el nivel medio de los ingresos será:

$$1 = 1 - A\,\alpha\,F_\xi^{\alpha-1}(m)\,[1-F_\xi(m)]^\beta + A\,\beta\,F^\alpha_\xi(m)\,[1-F_\xi(m)]^{\beta-1}$$

y la función de distribución en este punto

$$F_\xi(m) = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}$$

deducible así la masa acumulada de la renta hasta la media

$$q_\xi(m) = \frac{\alpha}{\alpha+\beta} - A\,\frac{\alpha^\alpha\quad\beta^\beta}{(\alpha+\beta)^{\alpha+\beta}}$$

aplicando la expresión genérica $g_T = g(\xi/\xi > w)$, con $w = m$, será

CONCENTRACIÓN DE LAS RENTAS SUPERIORES A LA MEDIA (TRUNCAMIENTO EN MODELO DE KAKWANI)

	1964	1967	1970	1974	1981	1987
$1 - F_\xi(m)$	0.2834	0.2485	0.2546	0.2643	0.3494	0.3449
$1 - q_\xi(m)$	0.5878	0.5891	0.5925	0.5947	0.6120	0.6002
$g(\xi/\xi > m)$	0.3712	0.4345	0.4228	0.4022	0.2599	0.2605

Masa de renta que se situa en fracciones próximas al 60% y es disfrutada por un desigual porcentaje de familias que ocila del 24.85% de 1967 o 25.46% de 1970 a proporciones superiores al 34% de los años 80, cuestión que apunta distintos grados de desigualdad y más aún el índice de Gini para rentas mayores a la media, para el que son válidos los comentarios hechos con el truncamiento en Q_3.

Utilizando el mismo procedimiento para la población que duplica los ingresos medios, es posible deducir $F_\xi(2m)$, $q_\xi(2m)$ y el índice de concentración asociado.

CONCENTRACIÓN DE LAS RENTAS SUPERIORES A DOS VECES LA MEDIA (TRUNCAMIENTO EN EL MODELO DE KAKWANI)

	1964	1967	1970	1974	1981	1987
$1 - F_\xi$ (2m)	0.0626	0.0624	0.0643	0.0669	0.0692	0.0660
$1 - q_\xi$ (2m)	0.2951	0.3414	0.3386	0.3305	0.2346	0.2262
$g (\xi/\xi > 2m)$	0.4299	0.4910	0.4745	0.4465	0.2694	0.2795

mientras que la proporción de familias con ingresos superiores a dos veces la renta media se mantiene en niveles que oscilan entre el 6.24% de 1967 y el 6.92% de 1981; el montante de ingresos que les corresponde presenta un recorrido mayor que va del 22.62% de 1987 al 34.14% de 1967.

La serie de índices de concentración igual que la que podría construirse con la razón entre rentas y familias en esta cola de la distribución:

$$\frac{1 - q_\xi\ (2m)}{1 - F_\xi\ (2m)}$$

presenta la misma ordenación por años que la de las colas de la distribución a la derecha del tercer cuartil y la media, poniendo de manifiesto los niveles significativamente más bajos de los años 1987 y 1981.

Finalmente nos referimos a la parte de la población que supera la medial, punto hasta el cual o a partir del cual se acumula la mitad de la renta total $q_\xi(M1) = 0.5$, con cálculo de la función de distribución desde su despeje por iteración en la función de Kakwani

$$0.5 = F_\xi\ (M1) - A\ F^\alpha{}_\xi\ (M1)\ [1 - F_\xi\ (M1)]^\beta$$

CONCENTRACIÓN DE LAS RENTAS SUPERIORES A LA MEDIAL (TRUNCAMIENTO EN EL MODELO DE KAKWANI)

	1964	1967	1970	1974	1981	1987
$1 - F_\xi$ (M1)	0.2021	0.1675	0.1710	0.1785	0.2468	0.2521
$1 - q_\xi$ (M1)	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
$g (\xi/\xi > M1)$	0.3834	0.4512	0.4386	0.4139	0.2559	0.2582

De la situación más desfavorable en 1967, en la que el 16.75% de las familias más ricas se reparten la mitad de los ingresos hasta la de mayor equidad en los años 80 con alrededor un 25% de familias para el 50% de los ingresos, la serie de índices de concentración muestra concordancia con las últimas presentadas.

Cabe pues concluir, de acuerdo con cualquiera de los índices de Gini utilizados que el grado de concentración entre las rentas más elevadas en España aumenta sensiblemente durante el primer plan de desarrollo, manteniendo índices altos durante el segundo y tercer plan aunque en ligero descenso y siempre por encima de la situación de partida en 1964.

Más significativa es la disminución de la concentración en los años 80 con resultados similares para 1981 y 1987, produciéndose una alternancia en la ordenación de estos dos años según la cota de truncamiento utilizada; así para un estrato amplio que incluya ingresos elevados ($\xi > Me$) se aprecia menor desigualdad en 1987, mientras que si reducimos el estrato a un porcentaje menor de familias ($\xi > Q_3$, $\xi > 2m$, $\xi > M1$) la posición se altera denotando menor desigualdad en 1981 que no en 1987, siendo más significativa la diferencia cuanto de menor tamaño sea el estrato.

VI. Razón de medias

Aún cuando la razón de concentración de Gini es con mucho el criterio más utilizado en un análisis de la distribución del ingreso, no es el único. Otras medidas por lo común más simples pero dotadas de lectura estadística o económica proporcionan resultados que complementan cualquier trabajo aplicado de esta naturaleza[5].

Con la mediana como punto crítico, a partir de Baró y Moratal (1984), podemos plantar la relación que hay entre las rentas esperadas de la mitad y de toda la población.

$$\frac{E(\xi/\xi > Me)}{E(\xi)} = 2\,[1 - q_\xi(Me)]$$

Análogamente y con Q_3, m, 2m y M1 es posible establecer la proporción entre los ingresos medios de las colas superiores y de la totalidad de la distribución

5. En J. Baró y E. Torrelles (1989) se especifican y discuten las características de algunas de estas medidas.

$$\frac{E(\xi/\xi > Q_3)}{E(\xi)} = 4\,[1 - q_\xi\,(Q_3)]$$

$$\frac{E(\xi/\xi > m)}{E(\xi)} = \frac{1 - q_\xi\,(m)}{1 - F_\xi\,(m)}$$

$$\frac{E(\xi/\xi > 2m)}{E(\xi)} = \frac{1 - q_\xi\,(2m)}{1 - F_\xi\,(2m)}$$

$$\frac{E(\xi/\xi > M1)}{E(\xi)} = \frac{1 - q_\xi\,(M1)}{2\,[1 - F_\xi\,(M1)]}$$

Con las estimaciones del modelo de Kawkani para el caso español y los años de referencia tendremos

RAZÓN DE MEDIAS CON EL MODELO DE KAWKANI

	1964	1967	1970	1974	1981	1987
$2\,[1 - q_\xi\,(Me)]$	1.5448	1.5868	1.5846	1.5754	1.4926	1.4774
$4\,[1 - q_\xi\,(Q_3)]$	2.2136	2.3624	2.3516	2.3208	2.0152	1.9904
$\frac{1 - q_\xi\,(m)}{1 - F_\xi\,(m)}$	2.0741	2.3706	2.3272	2.2501	1.7516	1.7178
$\frac{1 - q_\xi\,(2m)}{1 - F_\xi\,(2m)}$	4.7141	5.4712	5.2649	4.7760	3.3902	3.4273
$\frac{1 - q_\xi\,(M1)}{2\,[1 - F_\xi\,(M1)]}$	2.4740	2.9851	2.9240	2.8011	2.0259	1.9833

Como ya hemos indicado estos resultados responden al cociente entre el ingreso medio del estrato considerado y el ingreso medio total o si se quiere muestran la razón entre el ingreso poseído por el estrato y las familias que incluye, efectivamente

$$\frac{E(\xi/\xi > w)}{E(\xi)} = \frac{1 - q_{\xi}(w)}{1 - F_{\xi}(w)}$$

cuestión que facilitará la lectura de aquellos resultados.

Así, vemos que el cociente es tanto mayor cuanto mayor es el umbral de truncamiento y cuanto menor es el tamaño del grupo considerado, de una razón renta/familias próxima a 1.5 para la mitad de la población ($\xi >$ Me) pasamos a razones superiores a 3 e incluso 5 cuando la población duplica los ingresos medios ($\xi > 2$m), siendo tanto más dispar el resultado cuanto menor es el estrato considerado.

Finalmente conviene aclarar, en relación a las medidas calculadas en este epígrafe, que no pretenden medir el grado de concentración en las colas superiores del reparto sino simplemente relacionar estas colas con la totalidad de la distribución; ello explica que aún siendo básicamente concordantes los resultados con los que proporcionan los índices de Gini no haya alternancia en el grado de desigualdad de 1981 y 1987, como muestran éstos.

VII. Datos para un análisis exhaustivo de la distribución

Hemos centrado este trabajo en las rentas más elevadas, un estudio más completo exigiría analizar otros estratos de la población, colas inferiores o centrales de la distribución. En lo que sigue presentamos los datos que permitirían abordar de forma exhaustiva la concentración de los ingresos en España, aplazamos su tratamiento para algún trabajo posterior y nos limitamos a presentar, según las estimaciones del ajuste al modelo de Kawkani los porcentajes de ingresos y familias que corresponden a intervalos limitados por puntos notables de la distribución.

PORCENTAJE DE INGRESOS Y FAMILIAS EN CUARTILES (MODELO DE KAWKANI)

	% FAMILIAS	% INGRESOS 1964	1967	1970	1974	1981	1987
hasta Q_1	25	7.40	6.72	6.85	7.25	8.97	9.53
de Q_1 a Q_2	25	15.36	13.94	13.92	13.98	16.40	16.60
de Q_2 a Q_3	25	21.90	20.28	20.44	20.75	24.25	24.11
más de Q_3	25	55.34	59.06	58.79	58.02	50.38	49.76

PORCENTAJE DE INGRESOS Y FAMILIAS EN PROPORCIONES DE LA MEDIA (MODELO DE KAWKANI)

% FAMILIAS

	1964	1967	1970	1974	1981	1987
hasta m/2	25.12	30.77	31.01	30.84	22.71	21.13
de m/2 a m	46.54	44.38	43.53	42.73	42.35	44.38
de m a 2m	22.08	18.61	19.03	19.74	28.02	27.89
más de 2m	6.26	6.24	6.43	6.69	6.92	6.60

% INGRESOS

	1964	1967	1970	1974	1981	1987
hasta m/2	7.46	9.46	9.71	10.02	7.80	7.54
de m/2 a m	33.76	31.63	31.04	30.51	31.00	32.44
de m a 2m	29.27	24.77	25.39	26.42	37.74	37.40
más de 2m	29.51	34.14	33.86	33.05	23.46	22.62

PORCENTAJE DE INGRESOS Y FAMILIAS EN 4 FRACCIONES DE IGUAL MASA DE RENTA (MODELO DE KAWKANI)

	% FAMILIAS						% INGRESOS
	1964	1967	1970	1974	1981	1987	
hasta 1ª fracción	53.01	56.21	56.04	55.36	49.54	48.56	25
1ª fracción a 2ª fracción	26.78	27.04	26.86	26.79	25.78	26.23	25
2ª fracción a 3ª fracción	16.01	14.20	14.30	14.57	16.97	17.38	25
más de 3ª fracción	4.20	2.55	2.80	3.28	7.71	7.83	25

VIII. BIBLIOGRAFÍA

ALCAIDE, J. (1990).: "Política de rentas". I.C.E. nº 676-677. Diciembre 1989 - enero 1990.

BARO, J. (1989): "Descomposición del índice de Gini". Comunicación presentada a la III reunión de Asepelt-España. Junio 1989. Sevilla.

BARO, J. (1990): "Descomposición del índice de concentración de los ingresos en España". Comunicación presentada a la IV Reunión de Asepelt -España. Junio 1990. Murcia.

BARO, J. y MORATAL, V. (1984): "Concentración y Distribuciones Truncadas". Questió. Vol. 8. nº 3. Setembre.

BARO, J. y TORRELLES, E. (1989): "Sobre las Medidas de Concentración". Document de Treball 8904. Institut Estudis Laborals. Universitat de Barcelona.

KAKWANI, N.C. (1980): "On a Class of Poverty Measures". Econometrica. Vol. 48. Marzo.

MEHRAN, F. (1975): "A Statistical Analysis of Income Inequality Based on a Decomposition of the Gini Index". Proceedings of the International Statistical Institute.

ZAGIER, D. (1983): "Inequalities for the Gini Coefficient of Composite Populations". Journal Mathematical Economics". Vol. 12. nº 2. pp.